

式の展開と因数分解

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

1 2 3 4 めやす 15分

1 次の式を因数分解します。方針を考えましょう。 $x^2 - 12x + 36$

(1) 方針として最も適切なのはどれですか。

ア 共通因数でくくる イ 36 が 6^2 であることに注目し、 $(x-a)^2$ の公式を使うウ $x^2 - b^2 = (x+b)(x-b)$ の公式を使う

答え

(2) ア・イにあてはまる数を書きましょう。

説明

$36 = (\text{ア})^2$ であり、 $12 = 2 \times 6$ と一致するから、 $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ の公式が使える。よって、
 $x^2 - 12x + 36 = (x - (\text{イ}))^2$ になる。

ア

イ

2 「連続する2つの奇数の積に1をたすと、4の倍数になる」ことを説明します。方針を考えましょう。

(1) 2つの続いた奇数を、整数 n を使ってどう表しますか。ア $2n-1$ と $2n+1$ イ n と $n+1$ ウ $2n$ と $2n+2$

答え

(2) ア・イにあてはまる式を書きましょう。

説明

2つの続いた奇数を $2n-1$ 、 $2n+1$ とすると、積に1をたした式は(ア)になり、計算すると(イ)になる。

ア

イ

(3) $4n^2 = 4 \times (\text{イ})$ と表せるから、 $4n^2$ はたしかに4の倍数といえます。

イ

あいているところは、途中の計算に使ってかまいません。

式の展開と因数分解

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

答え

1 2 3 4 めやす 15分

1 次の式を因数分解します。方針を考えましょう。 $x^2 - 12x + 36$

(1) 方針として最も適切なのはどれですか。

ア 共通因数でくくる **イ** 36が 6^2 であることに注目し、 $(x-a)^2$ の公式を使うウ $x^2 - b^2 = (x+b)(x-b)$ の公式を使う答え **イ**

(2) ⑦・①にあてはまる数を書きましょう。

説明

$36 = (\text{ア})^2$ であり、 $12 = 2 \times 6$ と一致するから、 $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$ の公式が使える。よって、
 $x^2 - 12x + 36 = (x - \text{①})^2$ になる。

⑦ 6

① 6

2 「連続する2つの奇数の積に1をたすと、4の倍数になる」ことを説明します。方針を考えましょう。

(1) 2つの続いた奇数を、整数 n を使ってどう表しますか。**ア** $2n-1$ と $2n+1$ イ n と $n+1$ ウ $2n$ と $2n+2$ 答え **ア**

(2) ⑦・①にあてはまる式を書きましょう。

説明

2つの続いた奇数を $2n-1$ 、 $2n+1$ とすると、積に1をたした式は**⑦**になり、計算すると**①**になる。

⑦ $(2n-1)(2n+1)+1$ ① $4n^2$ (3) $4n^2 = 4 \times \text{①}$ と表せるから、 $4n^2$ はたしかに4の倍数といえます。① n^2

考え方

大問1 $36 = 6^2$ 、 $12 = 2 \times 6$ だから $(x-a)^2$ の公式で $a=6$ 。 $x^2 - 12x + 36 = (x-6)^2$ です。大問2 2つの続いた奇数は $2n-1$ と $2n+1$ 。積に1をたすと $(2n-1)(2n+1)+1=4n^2$ になります。

平方根

3まい目 **かんがえる** | 筋道を立てて考える

1 2 3 4 めやす 15分

1 $\sqrt{12}$ を、これ以上簡単にできない形に直します。方針を考えましょう。

(1) はじめに何をするとよいですか。

ア 12を素因数分解する イ 12を2でわった数を求める ウ 12の平方根の近似値を求める

答え

(2) ㊦・㊧にあてはまる数や式を書きましょう。

説明

12を素因数分解すると、 $12=2\times 2\times 3$ で、 $2^2\times 3$ の形になる。 2^2 のように同じ数の2乗が見つかったら、根号の外に出せるから、 $\sqrt{12}=2\times \textcircled{\text{ア}}$ になる。これ以上簡単にできない形で書くと
 $\textcircled{\text{イ}}$ である。

㊦

㊧

(3) 同じ考え方を使うと、 $\sqrt{18}$ を簡単にした形は $\textcircled{\text{イ}}$ になります。

㊧

2 面積が 20cm^2 の正方形があります。1辺の長さを求める方針を考えましょう。(1) 1辺の長さを $x\text{cm}$ とすると、 x について正しい式はどれですか。ア $x^2=20$ イ $4x=20$ ウ $2x=20$

答え

(2) ㊦・㊧にあてはまる数や式を書きましょう。

説明

$x^2=20$ より、 x は20の平方根である。 x は辺の長さだから正の数なので、 $x=\textcircled{\text{ア}}$ になる。
 $20=2^2\times 5$ だから、 $x=\textcircled{\text{イ}}$ と簡単にできる。

㊦

㊧

あいているところは、途中の計算に使ってかまいません。

平方根

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

答え

1 2 3 4 めやす 15分

1 $\sqrt{12}$ を、これ以上簡単にできない形に直します。方針を考えましょう。

(1) はじめに何をするとよいですか。

ア 12を素因数分解する イ 12を2でわった数を求める ウ 12の平方根の近似値を求める

答え ア

(2) ア・イにあてはまる数や式を書きましょう。

説明

12を素因数分解すると、 $12=2\times 2\times 3$ で、 $2^2\times 3$ の形になる。 2^2 のように同じ数の2乗が見つかったら、根号の外に出せるから、 $\sqrt{12}=2\times \text{ア}$ になる。これ以上簡単にできない形で書くとイである。

ア $\sqrt{3}$ イ $2\sqrt{3}$ (3) 同じ考え方を使うと、 $\sqrt{18}$ を簡単にした形はイになります。イ $3\sqrt{2}$ 2 面積が 20cm^2 の正方形があります。1辺の長さを求める方針を考えましょう。(1) 1辺の長さを $x\text{cm}$ とすると、 x について正しい式はどれですか。

ア $x^2=20$ イ $4x=20$ ウ $2x=20$

答え ア

(2) ア・イにあてはまる数や式を書きましょう。

説明

$x^2=20$ より、 x は20の平方根である。 x は辺の長さだから正の数なので、 $x=\text{ア}$ になる。
 $20=2^2\times 5$ だから、 $x=\text{イ}$ と簡単にできる。

ア $\sqrt{20}$ イ $2\sqrt{5}$

考え方

大問1 $12=2^2\times 3$ と素因数分解し、 2^2 を根号の外に出して $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ にします。大問2 面積 20cm^2 の正方形は $x^2=20$ となり、平方根を使って $x=2\sqrt{5}(\text{cm})$ を求めます。

二次方程式

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

1 2 3 4 めやす 15分

1 連続する2つの正の整数があります。この2つの数の積が56になるとき、2つの整数を求めます。方針を考えましょう。

(1) 文字で表すなら、何を x とするのが分かりやすいですか。

ア 小さいほうの整数を x とする イ 2つの数の積を x とする ウ 2つの数の和を x とする

答え

(2) ア・イにあてはまる式を書きましょう。

説明

小さいほうの整数を x とすると、大きいほうの整数はアと表せる。2つの数の積が56だから、方程式はイになる。

ア

イ

(3) この方程式を整理して $x^2+x-56=0$ を解き、正の整数だけを選ぶと、小さいほうの整数は $x=$ イ、大きいほうの整数はエです。

イ

エ

2 同じ考え方を使って、次の問題に答えましょう。ある正方形の1辺の長さを3cm長くしたところ、面積は 64cm^2 になりました。

(1) ア・イにあてはまる式を書きましょう。

説明

もとの正方形の1辺の長さを $x\text{cm}$ とすると、長くした後の1辺はア cm と表せる。面積が 64cm^2 だから、方程式はイになる。

ア

イ

(2) この方程式を解いて正しいほうを選ぶと、もとの正方形の1辺の長さはイ cm です。

イ

あいているところは、途中の計算に使ってかまいません。

二次方程式

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

答え

1 2 3 4 めやす 15分

1 連続する2つの正の整数があります。この2つの数の積が56になるとき、2つの整数を求めます。方針を考えましょう。

(1) 文字で表すなら、何を x とするのが分かりやすいですか。

ア 小さいほうの整数を x とする イ 2つの数の積を x とする ウ 2つの数の和を x とする

答え ア

(2) ア・イにあてはまる式を書きましょう。

説明

小さいほうの整数を x とすると、大きいほうの整数はアと表せる。2つの数の積が56だから、方程式はイになる。

ア $x+1$

イ $x(x+1)=56$

(3) この方程式を整理して $x^2+x-56=0$ を解き、正の整数だけを選ぶと、小さいほうの整数は $x=$ イ、大きいほうの整数はエです。

イ 7

エ 8

2 同じ考え方を使って、次の問題に答えましょう。ある正方形の1辺の長さを3cm長くしたところ、面積は 64cm^2 になりました。

(1) ア・イにあてはまる式を書きましょう。

説明

もとの正方形の1辺の長さを $x\text{cm}$ とすると、長くした後の1辺はア cm と表せる。面積が 64cm^2 だから、方程式はイになる。

ア $x+3$

イ $(x+3)^2=64$

(2) この方程式を解いて正しいほうを選ぶと、もとの正方形の1辺の長さはイ cm です。

イ 5

考え方

大問1 小さいほうを x とおくと $x(x+1)=56$ 。整理して $x^2+x-56=0$ を解き、正の整数は $x=7, 8$ 。

大問2 $(x+3)^2=64$ から $x+3$ は8か-8。 x は正の数だから $x=5(\text{cm})$ です。

関数 $y=ax^2$ 3まい目 **かんがえる** | 筋道を立てて考える1 2 **3** 4 めやす 15分**1** 関数 $y=2x^2$ で、 x の値が1から3まで増えるときの変化の割合を求めます。**ゆい** まず、 $x=1$ と $x=3$ のときの y の値を求めればいいね。

(1) ㉖～㉘にあてはまる数を書きましょう。

考え方のとちゅう

$x=1$ のとき $y=\textcircled{\text{ア}}$ 、 $x=3$ のとき $y=\textcircled{\text{イ}}$ 。変化の割合 = (y の増加量) $\div$ (x の増加量) = $(18 - 2) \div (3 - 1) = \textcircled{\text{ウ}}$

㉖

㉘

㉘

2 そらさんが、関数 $y=2x^2$ について言いました。 x と y の対応

x	1	2	3
y	2	8	18

そら x の値が2倍になると、 y の値も2倍になるよ。

(1) そらさんの言ったことは正しいですか。表で確かめてえらびましょう。

ア 正しい **イ** 正しくない。 y の値は4倍になる **ウ** 正しくない。 y の値は半分になる

答え

(2) 同じように考えると、 x の値が3倍になると y の値は $\textcircled{\text{①}}$ 倍になります。

①

関数 $y=ax^2$

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

答え

1 2 3 4 めやす 15分

1 関数 $y=2x^2$ で、 x の値が1から3まで増えるときの変化の割合を求めます。ゆい まず、 $x=1$ と $x=3$ のときの y の値を求めればいいね。

(1) ㉖～㉘にあてはまる数を書きましょう。

考え方のとちゅう

$x=1$ のとき $y=\textcircled{\text{㉖}}$ 、 $x=3$ のとき $y=\textcircled{\text{㉘}}$ 。変化の割合 = (y の増加量) $\div$ (x の増加量) = $(18 - 2) \div (3 - 1) = \textcircled{\text{㉘}}$

㉖ 2

㉘ 18

㉘ 8

2 そらさんが、関数 $y=2x^2$ について言いました。 x と y の対応

x	1	2	3
y	2	8	18

そら x の値が2倍になると、 y の値も2倍になるよ。

(1) そらさんの言ったことは正しいですか。表で確かめてえらびましょう。

ア 正しい ㉙ 正しくない。 y の値は4倍になる ウ 正しくない。 y の値は半分になる

答え ㉙

(2) 同じように考えると、 x の値が3倍になると y の値は㉚倍になります。

㉚ 9

考え方

大問1 変化の割合は (y の増加量) $\div$ (x の増加量)。 $y=ax^2$ では、どこからどこまで増えるかで変化の割合が変わります (一次関数とのちがい)。

大問2 $x=1 \rightarrow 2$ で $y=2 \rightarrow 8$ だから4倍 (2^2 倍)。 $x=1 \rightarrow 3$ なら $y=2 \rightarrow 18$ で9倍 (3^2 倍) です。

3まい目

かんがえる

筋道を立てて考える

1

2

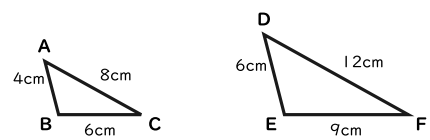
3

4

めやす 15分

1 ゆいさんは、下の二つの三角形が相似であることを示そうとしています。

辺の長さだけが分かっている



- (1) 分かっているのは3組の辺の長さだけです。使える相似条件はどれですか。
- ア 3組の辺の比がすべて等しい
 - イ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい
 - ウ 2組の角がそれぞれ等しい

答え

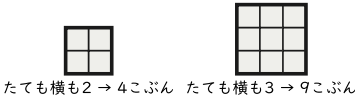
(2) ㉗～㉙にあてはまる比を書きましょう。

説明

$AB : DE = 4 : 6 = \textcircled{\text{ア}}$ 、 $BC : EF = 6 : 9 = \textcircled{\text{イ}}$ 、 $CA : FD = 8 : 12 = \textcircled{\text{ウ}}$ 。3組の辺の比がすべて等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

2 面積比について考えます。

同じ大きさの正方形で数えると…



㉗～㉙にあてはまる数を書きましょう。

説明

相似比2：3の図形は、同じ正方形が $\textcircled{\text{ア}}$ こぶんと $\textcircled{\text{イ}}$ こぶん。だから面積比は $\textcircled{\text{ウ}}$ 。長さが□倍になると、面積は $\square \times \square$ 倍になる。

あいているところは、途中の計算に使ってかまいません。

図形の相似

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

答え

1

2

3

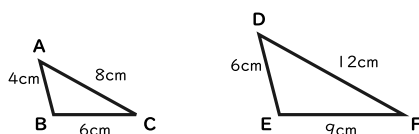
4

めやす 15分

1

ゆいさんは、下の二つの三角形が相似であることを示そうとしています。

辺の長さだけが分かっている



(1) 分かっているのは3組の辺の長さだけです。使える相似条件はどれですか。

- ☒ ア 3組の辺の比がすべて等しい
☐ イ 2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しい
☐ ウ 2組の角がそれぞれ等しい

答え

ア

(2) ㉠～㉣にあてはまる比を書きましょう。

説明

$AB : DE = 4 : 6 = \textcircled{\text{ア}}$ 、 $BC : EF = 6 : 9 = \textcircled{\text{イ}}$ 、 $CA : FD = 8 : 12 = \textcircled{\text{ウ}}$ 。3組の辺の比がすべて等しいので、 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ 。

㉠ 2 : 3

㉡ 2 : 3

㉢ 2 : 3

2

面積比について考えます。

同じ大きさの正方形で数えると…



たても横も2 → 4こぶん たても横も3 → 9こぶん

㉠～㉣にあてはまる数を書きましょう。

説明

相似比2 : 3の図形は、同じ正方形が $\textcircled{\text{ア}}$ こぶんと $\textcircled{\text{イ}}$ こぶん。だから面積比は $\textcircled{\text{ウ}}$ 。長さが□倍になると、面積は□×□倍になる。

㉠ 4

㉡ 9

㉢ 4 : 9

考え方

大問1 辺しか分からない → 「3組の辺の比」。大問2 たても横も□倍だから面積は□×□倍 = 相似比の2乗。2×2 : 3×3 = 4 : 9。

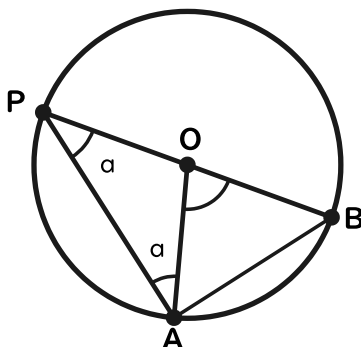
円周角と中心角

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

1 2 3 4 めやす 15分

- 1 円周角が中心角の半分になるわけを、直線PBが中心Oを通る場合で考えます。OP、OA、OBはどれも半径です。

PBは中心Oを通る



- (1) ㉖～㉘にあてはまることばや式を書きましょう。

説明

OPとOAはどちらも㉖だから、 $\triangle OPA$ は二等辺三角形。よって $\angle OPA = \angle OAP = \alpha$ 。三角形の一つの外角は、となり合わない二つの内角の和に等しいから、 $\angle AOB = \alpha + \alpha =$ ㉘。だから $\angle APB = \alpha$ は $\angle AOB$ の㉗になる。

㉖

㉘

㉗

- 2 この考え方を使って求めましょう。

- (1) 上の図で $\alpha = 30^\circ$ のとき、 $\angle AOB =$ ㉙ $^\circ$ です。

㉙

- (2) この証明の根拠として使ったものの組み合わせはどれですか。

- ア 二等辺三角形の底角は等しい／三角形の外角の性質
イ 三平方の定理／円の面積の公式
ウ 平行線の同位角／おうぎ形の弧の長さ

答え

あいているところは、途中の計算に使ってかまいません。

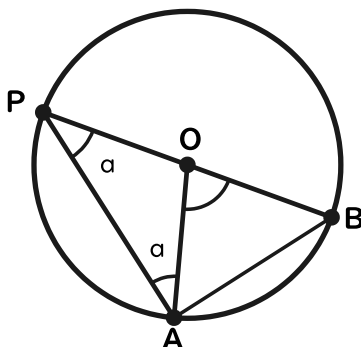
円周角と中心角

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える 答え

1 2 3 4 めやす 15分

- 1 円周角が中心角の半分になるわけを、直線PBが中心Oを通る場合で考えます。OP、OA、OBはどれも半径です。

PBは中心Oを通る



- (1) ㊦～㊨にあてはまることばや式を書きましょう。

説明

OPとOAはどちらも㊦だから、 $\triangle OPA$ は二等辺三角形。よって $\angle OPA = \angle OAP = \alpha$ 。三角形の一つの外角は、となり合わない二つの内角の和に等しいから、 $\angle AOB = \alpha + \alpha =$ ㊧。だから $\angle APB = \alpha$ は $\angle AOB$ の㊨になる。

㊦ 半径

㊧ 2α

㊨ 半分

- 2 この考え方を使って求めましょう。

- (1) 上の図で $\alpha = 30^\circ$ のとき、 $\angle AOB =$ ㊩ $^\circ$ です。

㊩ 60

- (2) この証明の根拠として使ったものの組み合わせはどれですか。

- ㊦ 二等辺三角形の底角は等しい／三角形の外角の性質
 イ 三平方の定理／円の面積の公式
 ウ 平行線の同位角／おうぎ形の弧の長さ

答え ア

考え方

大問1 半径どうしが等しいことから二等辺三角形を見つけ、外角の性質でまとめます。中心を通らない場合も、この形に分けて考えます。

大問2 $\alpha = 30^\circ$ なら $\angle AOB = 2\alpha = 60^\circ$ 。根拠は中2までに習った2つ（二等辺三角形の底角・外角の性質）です。

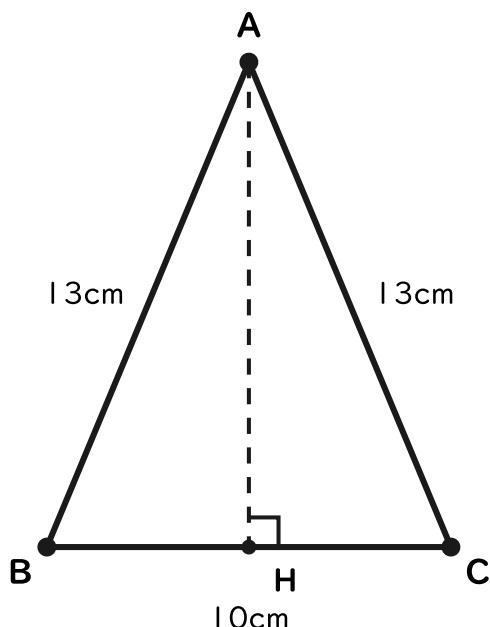
三平方の定理

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

1 2 3 4 めやす 15分

- 1 二等辺三角形の高さを、三平方の定理を使って求める方法を考えます。三角形ABCで、 $AB=AC=13\text{cm}$ 、 $BC=10\text{cm}$ です。

二等辺三角形ABC



- (1) ㉖～㉙にあてはまることばや数を書きましょう。

説明

頂点Aから底辺BCに垂線をひき、交点をHとすると、二等辺三角形の性質から $BH=HC$ 。 $BC=10\text{cm}$ だから、 $BH=\text{㉖}\text{cm}$ です。直角三角形ABHで、直角をはさむ2辺はBHと高さAH、斜辺は辺㉗です。三平方の定理から、 $BH^2+AH^2=\text{㉘}$ 。 $AB=13\text{cm}$ だから、 $AH=\text{㉙}\text{cm}$ です。

㉖

㉗

㉘

㉙

- 2 この考え方を使って、別の二等辺三角形の高さを求めましょう。

- (1) 等しい辺が17cm、底辺が16cmの二等辺三角形で、高さは㉚cmです。

㉚

- (2) この求め方が使えるわけとして正しいものはどれですか。

- ア すべての三角形は、高さを求めると直角三角形になるから
イ 二等辺三角形は、頂点から底辺への垂線が底辺を2等分するから
ウ 底辺の長さが、いつも斜辺と等しいから

答え

あいているところは、途中の計算に使ってかまいません。

三平方の定理

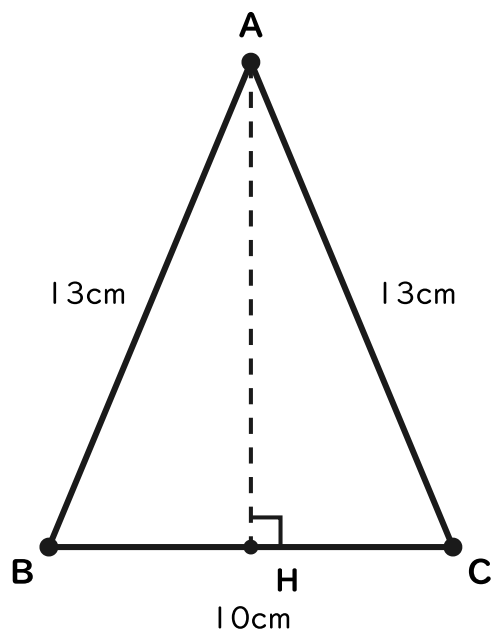
3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

答え

1 2 3 4 めやす 15分

- 1 二等辺三角形の高さを、三平方の定理を使って求める方法を考えます。三角形ABCで、 $AB=AC=13\text{cm}$ 、 $BC=10\text{cm}$ です。

二等辺三角形ABC



- (1) ㉖～㉙にあてはまることばや数を書きましょう。

説明

頂点Aから底辺BCに垂線をひき、交点をHとすると、二等辺三角形の性質から $BH=HC$ 。 $BC=10\text{cm}$ だから、 $BH=\text{㉖}$ cmです。直角三角形ABHで、直角をはさむ2辺はBHと高さAH、斜辺は辺㉗です。三平方の定理から、 $BH^2+AH^2=\text{㉘}$ 。 $AB=13\text{cm}$ だから、 $AH=\text{㉙}$ cmです。

㉖ 5

㉗ AB

㉘ AB^2

㉙ 12

- 2 この考え方を使って、別の二等辺三角形の高さを求めましょう。

- (1) 等しい辺が17cm、底辺が16cmの二等辺三角形で、高さは㉑ cmです。

㉑ 15

- (2) この求め方が使えるわけとして正しいものはどれですか。

ア すべての三角形は、高さを求めると直角三角形になるから

イ 二等辺三角形は、頂点から底辺への垂線が底辺を2等分するから

ウ 底辺の長さが、いつも斜辺と等しいから

答え

イ

考え方

大問1 底辺10cmの半分で $BH=5\text{cm}$ 。斜辺はAB、式は $BH^2+AH^2=AB^2$ です。

大問2 $17^2-8^2=225=15^2$ で高さは15cm。垂線が底辺を2等分するからです。

標本調査

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

1 2 3 4 めやす 15分

1 袋の中に、白玉と赤玉が合わせて500個入っています。標本調査を使って、白玉の数を推定する方法を考えます。

(1) はじめに何をするとよいですか。

- ア 袋の玉をすべて取り出して1個ずつ数える
イ 赤玉だけを取り出して袋の外に出す
ウ 袋から一部の玉を無作為に取り出し、白玉の数を調べる

答え

(2) ㉗・㉘にあてはまる数や式を書きましょう。

説明

無作為に50個取り出すと、白玉が15個ふくまれていた。標本の白玉の割合は㉗である。同じ割合が母集団でも成り立つと考えると、袋全体500個には、白玉がおおよそ㉘個ふくまれていると推定できる。

㉗

㉘

2 「無作為に取り出す」とはどうすることかを考えます。

(1) ゆうきさんは「白玉が多いところをねらって20個取り出せばいい」と言いました。これは無作為な抽出といえますか。

- ア いえる イ いえない

答え

(2) ㉗・㉘にあてはまることばを書きましょう。

説明

無作為に取り出すとは、母集団のどの玉も㉗取り出されるようにすることである。白玉が多い場所をねらうと、標本の白玉の割合が実際より㉘なり、推定を誤ってしまう。

㉗

㉘

あいているところは、途中の計算に使ってかまいません。

標本調査

3まい目 かんがえる | 筋道を立てて考える

答え

1 2 3 4 めやす 15分

1 袋の中に、白玉と赤玉が合わせて500個入っています。標本調査を使って、白玉の数を推定する方法を考えます。

(1) はじめに何をするとよいですか。

ア 袋の玉をすべて取り出して1個ずつ数える

イ 赤玉だけを取り出して袋の外に出す

ウ 袋から一部の玉を無作為に取り出し、白玉の数を調べる

答え ウ

(2) ⑦・①にあてはまる数や式を書きましょう。

説明

無作為に50個取り出すと、白玉が15個ふくまれていた。標本の白玉の割合は⑦である。同じ割合が母集団でも成り立つと考えると、袋全体500個には、白玉がおおよそ①個ふくまれていると推定できる。

⑦ $\frac{3}{10}$

① 150

2 「無作為に取り出す」とはどうすることかを考えます。

(1) ゆうきさんは「白玉が多いところをねらって20個取り出せばいい」と言いました。これは無作為な抽出といえますか。

ア いえる イ いえない

答え イ

(2) ⑦・①にあてはまることばを書きましょう。

説明

無作為に取り出すとは、母集団のどの玉も⑦取り出されるようにすることである。白玉が多い場所をねらうと、標本の白玉の割合が実際より①なり、推定を誤ってしまう。

⑦ 同じ確率で

① 高く

考え方

大問1 標本の割合 $15/50$ を500個にかけると、白玉はおおよそ150個です。

大問2 無作為とは、どの玉も同じ確率で選ばれるように取り出すことです。